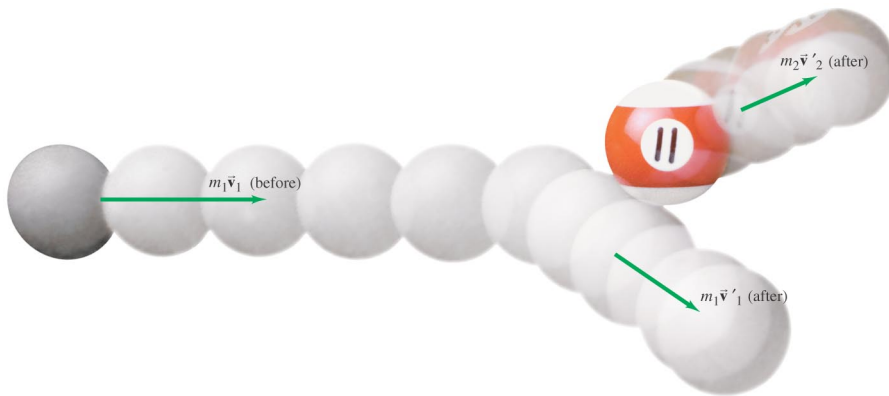


Fizik 101-Fizik I

2013-2014

Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar

Nurdan Demirci Sankır
Ofis: 325, Tel:4331

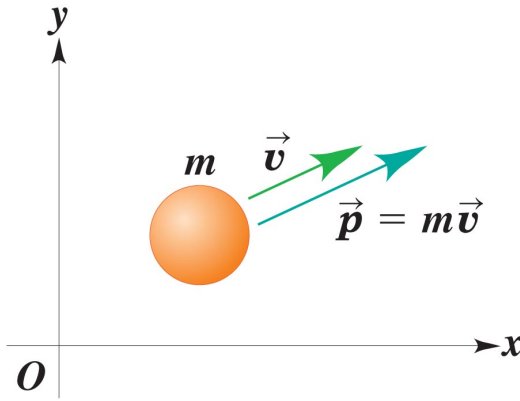


Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



Doğrusal Momentum ve Korunumu

v hızı ile hareket eden m kütleli bir parçacığın doğrusal momentumu kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır.



Momentum vektörel bir nicelikdir ve yönü hız vektörü ile aynıdır!

Copyright © 2007 Pearson Education, Inc. publishing as Addison-Wesley



Parçacığın hızı üç boyutlu ise;

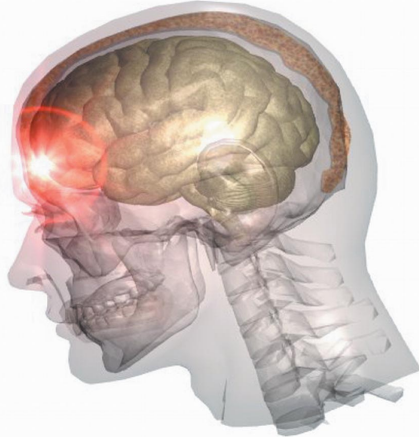
$$p_x = mv_x \quad ; \quad p_y = mv_y \quad ; \quad p_z = mv_z$$

Bir parçacığın doğrusal momentumunun değişme hızı (zamana göre türevi) parçacığa etki eden net kuvvete eşittir.

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$



Hızlı momentum değişimi yaralanmalara sebep olabilir!!!



Copyright © 2007 Pearson Education, Inc. publishing as Addison-Wesley



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

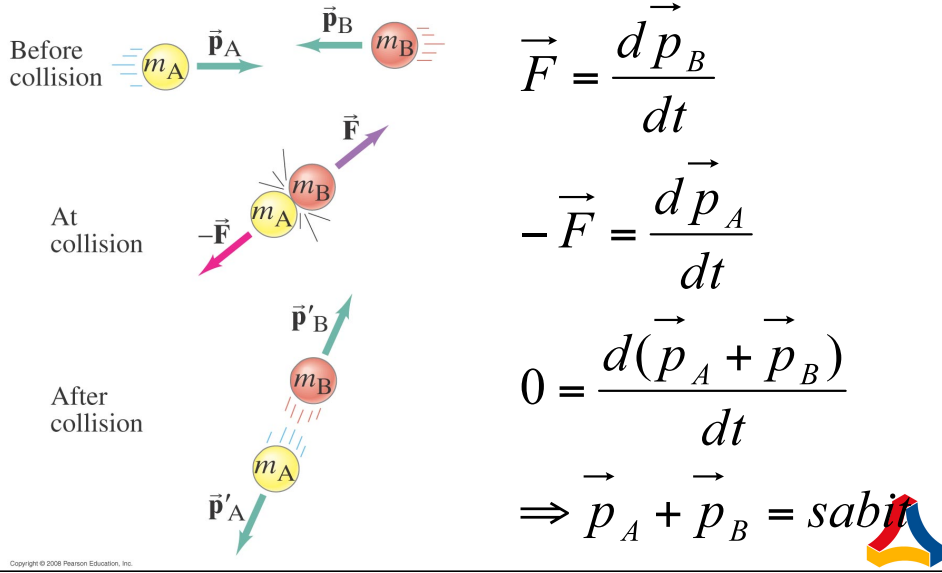
Örnek

İyi bir tenis oyuncusu topa vurduğunda, topun raketi terk ettiği andaki hızı 55 m/s olabilir. Topun kütlesi 0,060 kg ve tenis raketiyle çarpışma süresi 4 ms ise oyuncunun topa uyguladığı ortalama kuvveti bulun. Aynı kuvveti uygulayarak 60 kg olan birisini kaldırmak mümkün müdür?

Cevap: 825 N, Evet



İki-Parçacıklı Bir Sistem İçin Momentumun Korunumu



Before collision $\vec{p}_A$ $\vec{p}_B$

At collision $\vec{F}$ $-\vec{F}$

After collision $\vec{p}'_A$ $\vec{p}'_B$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$$
$$-\vec{F} = \frac{d\vec{p}_A}{dt}$$
$$0 = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt}$$
$$\Rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{sabit}$$

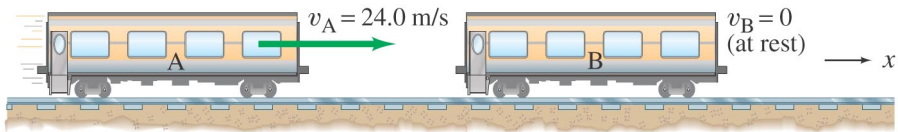
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Yalıtılmış bir sistemde ($\Sigma F=0$) iki veya daha fazla parçacık etkileştiğinde, sistemin toplam momentumu sabit kalır.

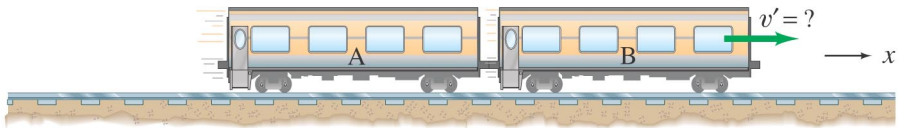
Örnek

10.000 kg kütleli A vagon 24,0 m/s hızla giderken aynı kütleli durmakta olan B vagonuna çarpar. Çarpışmadan sonra vagonlar birlikte hareket ettiğine göre vagonların çarpışmadan hemen sonraki hızı nedir?

Cevap: 12,0 m/s



(a) Before collision



(b) After collision

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



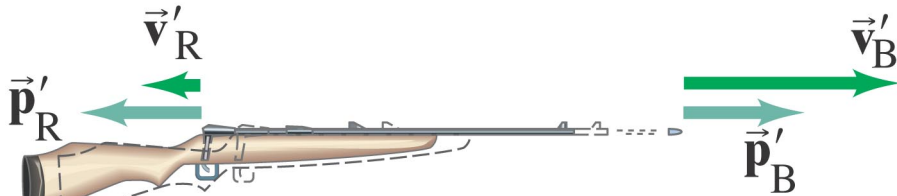
Örnek

620 m/s hızla 0,020 kg kütleli mermileri atan 5,0 kg kütleli bir tüfeğin geri tepme hızını hesaplayın.

Cevap: -2,5 m/s



(a) Before shooting (at rest)



(b) After shooting

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



İtme ve Momentum

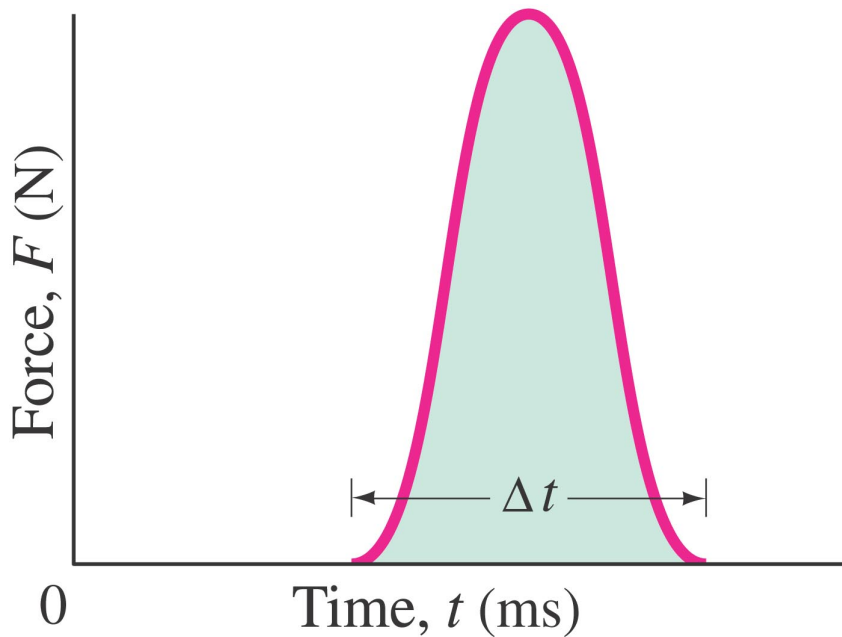
İtme-Momentum teoremi

Bir parçacık üzerine etkiyen $\vec{F}$ kuvvetinin itmesi, bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir.

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

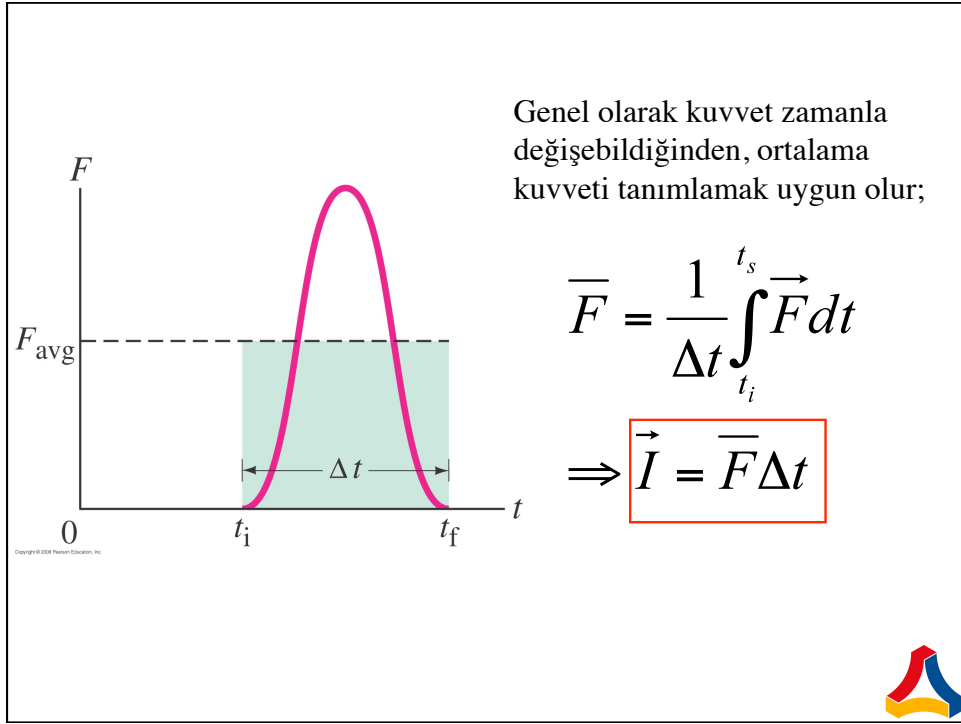
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_s - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt$$

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}dt = \Delta\vec{p}$$



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.





Örnek



Bir karateci üst üste konmuş blokları kırmak istemektedir. Karatecinin eli bloklara çarpmadan önce 10 m/s hızla hareket ediyorsa itme ve uygulanan ortalama kuvveti hesaplayın (karatecinin elinin durmadan önce yaklaşık 1 cm yol aldığını ve kütleinin yaklaşık 1 kg olduğunu varsayın)

Cevap: 10 kg.m/s, 5kN

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Örnek

50 g kütleli bir golf topuna golf sopası ile vurulmaktadır. Top havalanır ve yatayda gittiği maksimum uzaklık 200 m ise çarpışmanın neden olduğu itmenin büyüklüğünü bulun.

Cevap: 2,2 kg.m/s



Çarpışmalar

Enerjinin ve momentumun korunumu yasalarını kullanarak çarpışan cisimlerin, çarpışmadan önce ve sonraki hareketleri hakkında bilgi sahibi olunabilir.

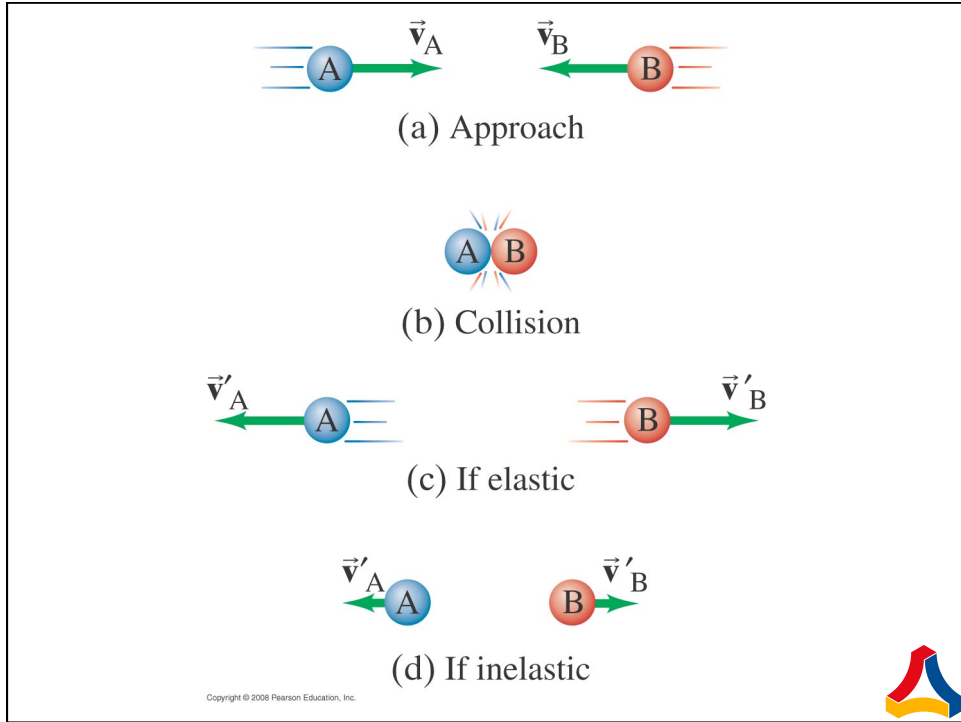
Herhangi bir çarpışmada momentum korunur!!!

$$\mathbf{p}_{\text{sistem}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{sabit}$$



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.





Elastik Çarpışma

İki cismin arasındaki *esnek çarpışma*, toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmadır.

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$$



Enerjinin korunumu denklemi sadeleştirilse;

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1s}^2) = m_2(v_{2s}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1s})(v_{1i} + v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i})(v_{2s} + v_{2i})$$

Momentumun korunumundan;

$$m_1(v_{1i} - v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i})$$

$$\Rightarrow v_{1i} + v_{1s} = v_{2s} + v_{2i} \Rightarrow v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1s} - v_{2s})$$

İki cismin çarpışma öncesi bağıl (göreceli) hızları çarpışma sonrası bağıl hızlarının negatifine eşittir.



Örnek

v_A hızıyla ilerleyen A bilardo topu, aynı kütleli B bilardo topuna kafa-kafaya çarpmıştır. Çarpışmanın elastik olduğunu varsayarak, topların çarpışmadan sonraki hızlarını a) iki top da başlangıçta hareketli ise, b) B topu başlangıçta durgun ise hesaplayın.



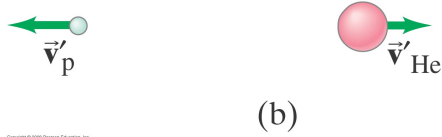
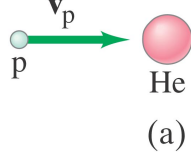
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Cevap: a) $v_B' = v_A$ $v_A' = v_B$ b) $v_B' = v_A$ $v_A' = 0$



Örnek

$3,60 \times 10^4$ m/s hızla hareket eden 1,01 u kütleli bir proton başlangıçta durgun olan He çekirdeği ile kafa-kafaya çarpışır ($m_{\text{He}}=4,00$ u). Çarpışma elastik ise proton ve He çekirdeğinin çarpışmadan sonraki hızlarını bulun.



Cevap: $v_{\text{He}}' = 1,45 \times 10^4$ m/s, $v_p' = -2,15 \times 10^4$ m/s



Esnek Olmayan Çarpışmalar

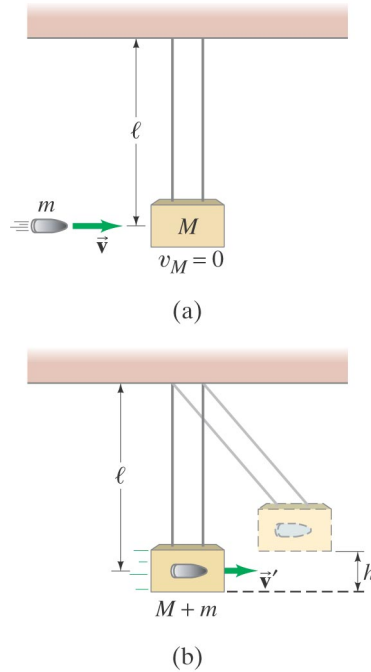
- Kinetik enerjinin korunmadığı çarpışma türü *esnek olmayan çarpışma* olarak adlandırılır.
- Makroskopik çarpışmaların çoğu elastik olmayan çarpışmadır. Bu tip çarpışmalarda kinetik enerji değişik formlardaki enerjilere (termal veya potansiyel enerji gibi) dönüşür.
- *Tamamen esnek olmayan çarpışmada* ise çarpışmadan sonra cisimler birbirlerine yapışarak hareketlerine devam ederler.



Balistik Sarkaç

Balistik sarkaç mermi gibi hızlı cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir. Mermi, hafif tellerle asılı büyük bir ağaç blok üzerine atılır. Mermi ağaç bloğa çarparak durur ve birlikte h kadar yükselirler. Çarpma tam esnek olamayan türdendir. Merminin ve tahta bloğun kütleleri ve yükseldikleri mesafe biliniyorsa, merminin ilk hızını hesaplayabilir misiniz?

$$\text{Cevap: } v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh}$$



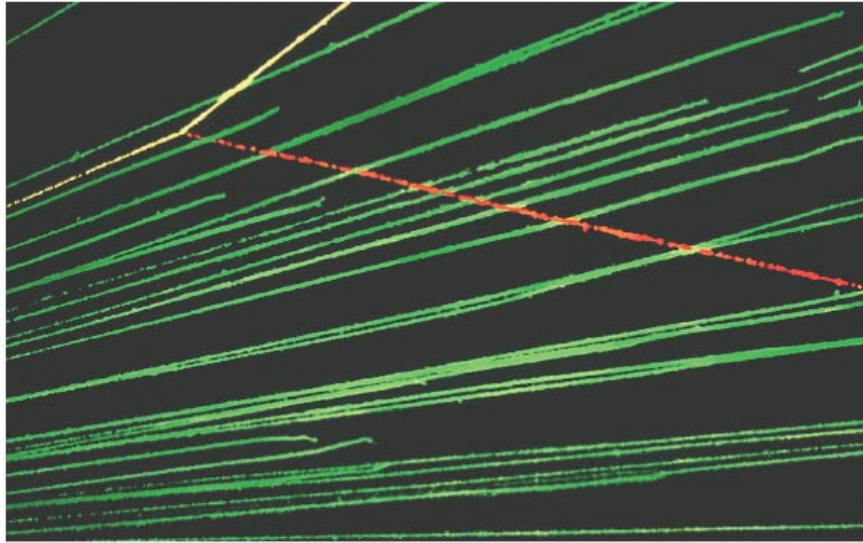
Örnek

4 m/s hızla sağa hareket eden $m_1=1,60$ kg kütleli bir blok, sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde 2,50 m/s hızla sola hareket eden $m_2=2,10$ kg kütleli ikinci bir bloğa tutturulmuş bir yaya çarpıyor. Yayın kuvvet sabiti 600 N/m dir. a) m_1 kütlelerinin sağa 3,00 m/s hızla hareket ettiği anda 2.bloğun hızını bulunuz. b) yaydaki sıkışma miktarını bulunuz.

Cevap: -1,74 m/s, 0,173 m



İki-Boyutta Çarpışma



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



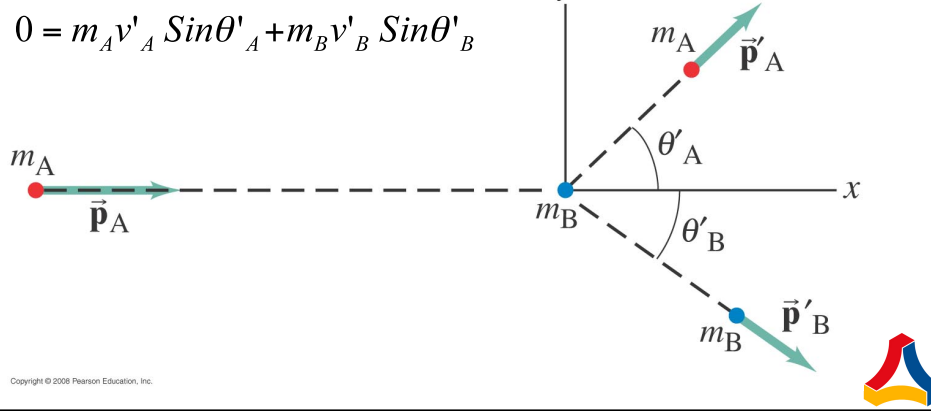
m_A kütleli bir cismin başlangıçta durgun olan m_B cismine aşağıdaki gibi çarptığı düşünülürse,

$$p_{Ax} + p_{Bx} = p'_{Ax} + p'_{Bx} \text{ ve } p_{Ay} + p_{By} = p'_{Ay} + p'_{By}$$

$$p_{Bx} = m_B v_{Bx} = 0$$

$$m_A v_A = m_A v'_A \cos \theta'_A + m_B v'_B \cos \theta'_B$$

$$0 = m_A v'_A \sin \theta'_A + m_B v'_B \sin \theta'_B$$



Örnek

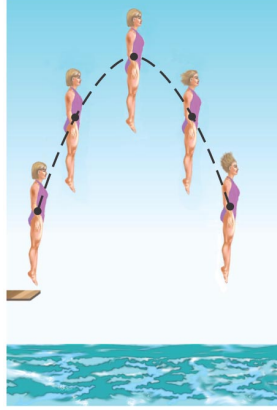
25 m/s hızla doğuya doğru giden 1500 kg'lık bir araba, 20 m/s hızla kuzeye giden 2500 kg'lık bir yük kamyonu ile kavşakta çarpışır. Araçların tam esnek olmayan çarpışma yaptıklarını göz önüne alarak, çarpışmadan sonra enkazın hızının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Cevap: 15,6 m/s, 53,1°



Kütle Merkezi

Mekanik sistemler bütün kütle, kütle merkezine yoğunlaşmış gibi hareket eder. Yani sistem, dış kuvvet kütle merkezine yerleşmiş M kütleli tek bir parçacığa uygulanıyormuş gibi hareket eder. $\vec{a} = \Sigma \vec{F} / M$



(a)

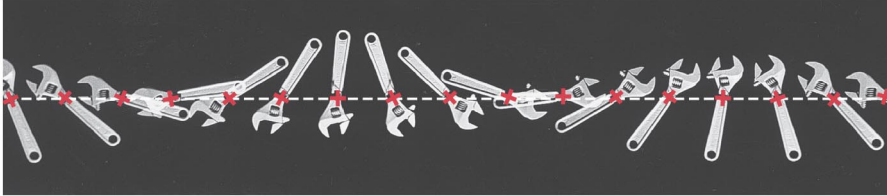
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



(b)

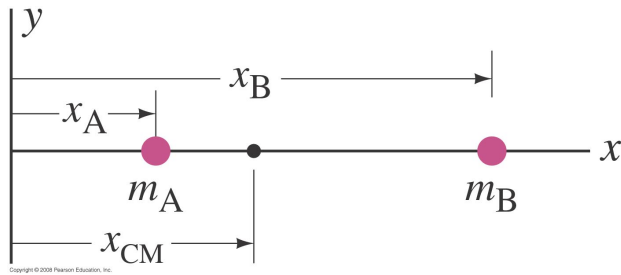


Anahtar dönme ve ötelenme hareketleri yaparken, anahtarın kütle merkezi bir doğru boyunca hareket eder!!!



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.





$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}$$

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M}$$

Kütle merkezi ağır olan cisme daha yakındır!!!



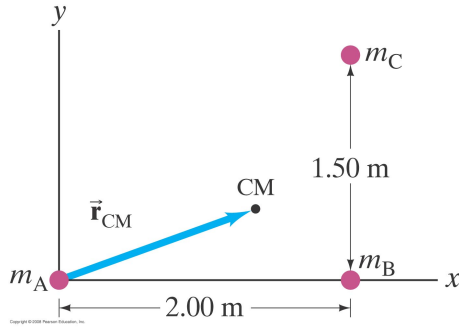
$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M} \quad y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{M} \quad z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M}$$

$$\vec{r}_{CM} = x_{CM} \hat{i} + y_{CM} \hat{j} + z_{CM} \hat{k}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$



Örnek

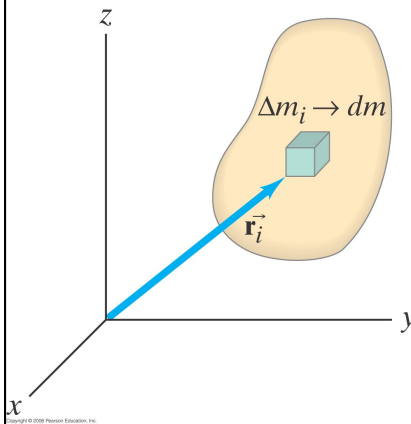


$m_A = m_B = m_C = 2,5 \text{ kg}$ olan üç cisim şekilde görüldüğü gibi, kenar uzunlukları 2,00 m ve 1,50 m olan dik üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. Kütle merkezinin koordinatlarını bulun.

Cevap: $x_{CM} = 1,33 \text{ m}$, $y_{CM} = 0,50 \text{ m}$



Katı cisimlerin kütle merkezinin bulunması



Katı cisimler, çok sayıda parçacıklar sistemi olarak düşünülebilir.

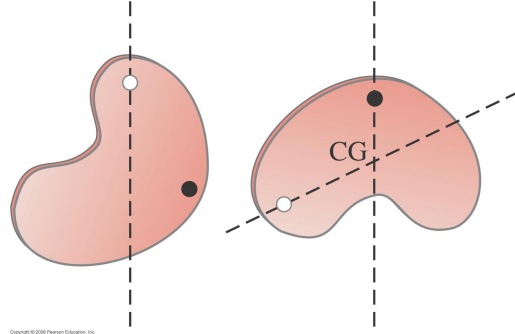
$$x_{CM} = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \frac{\sum_i \Delta m_i x_i}{M} = \frac{1}{M} \int x dm$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \int y dm \quad z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$



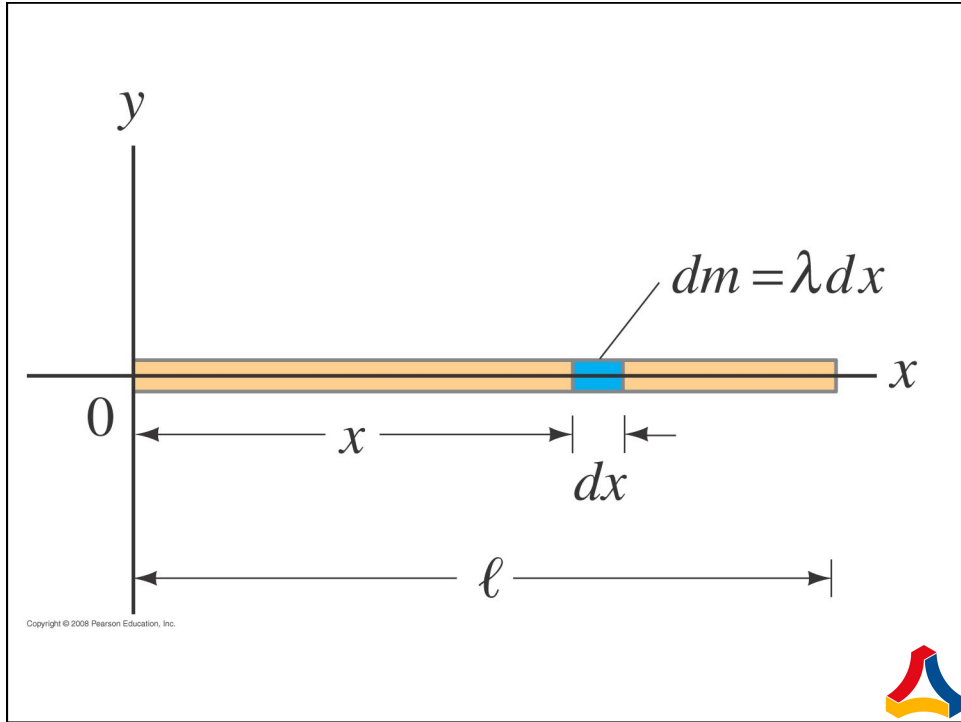
Herhangi bir, simetrik cismin kütle merkezi, simetri eksenini ve simetri düzlemi üzerinde olmalıdır! Mesela, homojen bir çubuğun kütle merkezi, çubuk üzerinde iki ucun orta yerinde olmalıdır. Homojen bir küre veya küpün kütle merkezi, geometrik merkezinde olur.



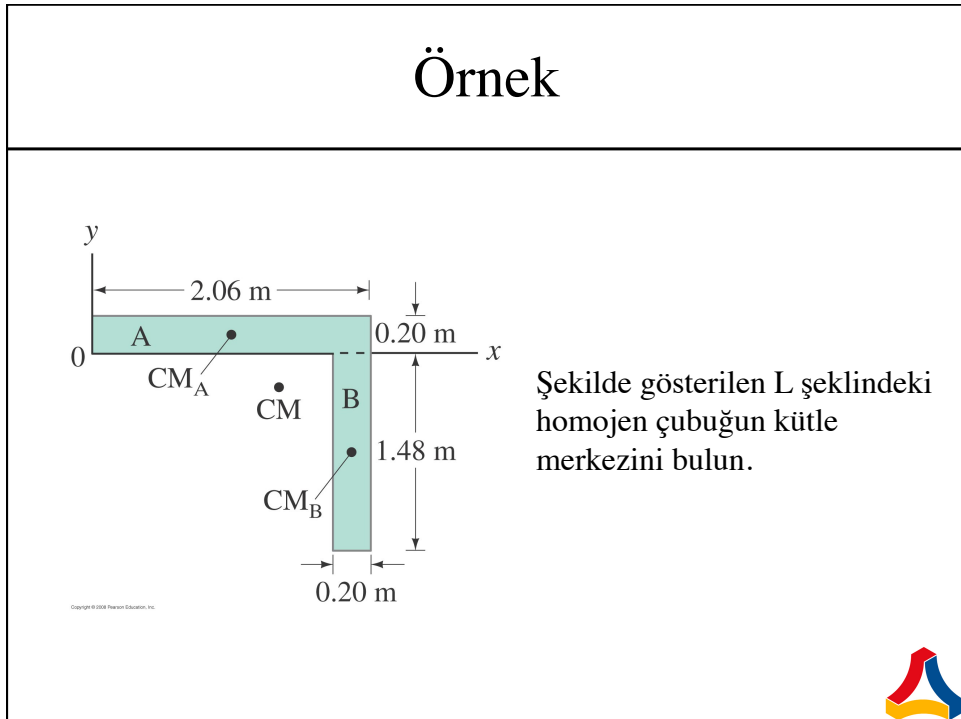
Örnek

- Kütlesi M ve boyu L olan düzgün bir çubuğun kütle merkezinin, çubuğun ortasında olduğunu gösteriniz.
- Çubuğun düzgün olmadığını ve α bir sabit olmak üzere çizgisel kütle yoğunluğunun $\lambda = \alpha x$ şeklinde, x 'e doğrusal bağlı olduğunu varsayınız. Kütle merkezinin x koordinatını L 'ye bağlı olarak bulun.



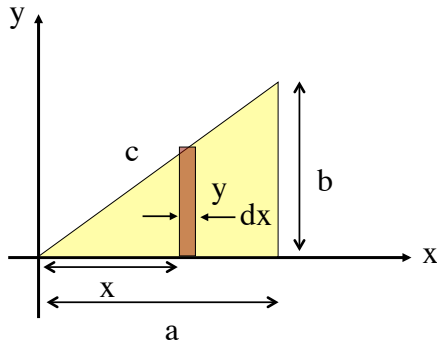


Örnek



Örnek

Boyutları şekilde görülen dik üçgenin kütlesi M 'dir. Cismin birim alan başına kütlesinin sabit olduğunu göz önüne alarak kütle merkezinin koordinatlarını bulun.



Parçacık Sisteminin Hareketi

Kütle merkezinin hızı;

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{M}$$

Parçacıklar sisteminin toplam momentumu;

$$M\vec{v}_{CM} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{top}$$

Kütle merkezinin ivmesi;

$$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{a}_i$$



Newton'nun ikinci yasasına göre;

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

Parçacıklar sistemi için Newton'nun ikinci yasası;

$$\sum \vec{F}_d = M\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{p}_{top}}{dt}$$

Toplam kütlesi M olan bir parçacıklar sisteminin kütle merkezi sistem üzerindeki bileşke dış kuvvetin etkisinde olan M kütleli bir parçacık gibi hareket eder.



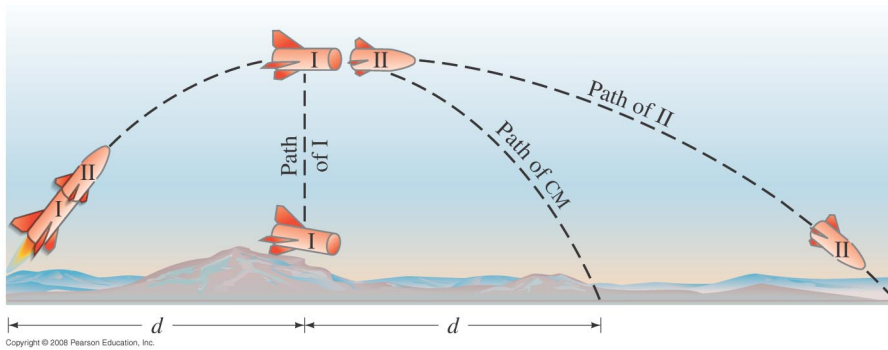
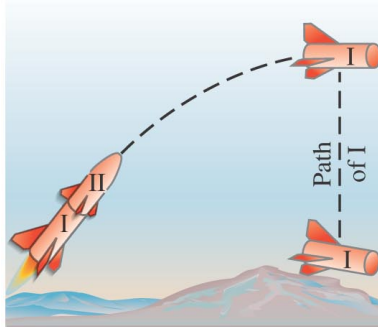
Sistem üzerine etkiyen hiçbir dış kuvvet yoksa, parçacıklar sisteminin toplam doğrusal momentumu korunur.

$$\frac{d\vec{p}_{top}}{dt} = M\vec{a}_{CM} = 0$$
$$\vec{p}_{top} = M\vec{v}_{CM} = \text{sabit}$$



Örnek

Bir roket şekildeki gibi yatayla aç $\acute{\imath}$ yapacak şekilde fırlatılmıştır. Roket yörüngesinin en üst noktasında iki eşit parçaya ayrılmıştır. Parçalardan bir tanesi serbest olarak düşerse ikinci parçacığın yörüngesi ne ne olur ve nereye düşer?



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

